

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ
И.о. заведующего кафедрой
математического анализа
Шабров С.А.



01.07.2021

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.02.08 Методы оптимизаций

1. Код и наименование направления специальности:

10.05.04 Информационно-аналитические системы безопасности

2. Профиль специализации: "Автоматизация информационно-аналитической деятельности", "Информационная безопасность финансовых и экономических структур"

3. Квалификация выпускника: Специалист по защите информации

4. Форма обучения: Очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: Кафедра математического анализа

6. Составители программы: Зверева Маргарита Борисовна, кандидат физико-математических наук, доцент

7. Рекомендована: Научно-методическим Советом математического факультета, протокол №0500-07 от 29.06.2021

8. Учебный год: 2023/2024

Семестр(ы): 5

9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Цели изучения дисциплины:

изучение основ теории экстремальных задач, категорий и методов оптимизации как современного научного направления, возможностей и особенностей использования оптимизационных методов в решении практических задач оптимального управления; обучение использованию методов оптимизации при решении практических задач, анализе и моделировании реальных процессов, приобретение навыков работы со специализированными и интегрированными программными приложениями для решения задач оптимизации; развитие логического и алгоритмического мышления студентов.

Задачи дисциплины:

- ознакомить студентов с фундаментальными разделами методов оптимизации и вариационного исчисления для дальнейшего их применения в практической деятельности;
- научить студентов классифицировать задачи оптимизации; выбирать метод решения задач оптимизации; проверять выполнение условий сходимости методов;
- привить навыки использования компьютерных технологий для реализации методов исследования операций и методов оптимизации;
- развить умения составить план решения, реализовать его, используя выбранные математические методы, анализировать и проводить практическую интерпретацию полученных математических результатов;
- выработать умения пользоваться разного рода справочными материалами и пособиями, самостоятельно расширяя математические знания, необходимые для решения практических задач.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП: Дисциплина «Методы оптимизаций» относится к Обязательной части Блока 1, группа учебных дисциплин «Физико-математические науки»

Дисциплина «Методы оптимизаций» базируется на знаниях, полученных в рамках курсов «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения». Приобретенные в результате обучения знания, умения и навыки используются во всех без исключения математических и естественнонаучных дисциплинах, модулях и практиках. Полученные знания могут быть использованы при продолжении образования в аспирантуре и в дальнейшей трудовой деятельности выпускников.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Компетенция		Планируемые результаты обучения
Код	Название	
ОПК-3.9	Использует математические методы оптимизации при решении задач профессиональной деятельности	Знать основные определения, понятия и идеи изучаемых разделов курса. Уметь применять математический аппарат для решения поставленных задач. Владеть основными терминами и утверждениями, полученными в области изучаемого курса.

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах — 4 / 144

Форма промежуточной аттестации экзамен.

13. Виды учебной работы

Виды учебной работы	Трудоемкость	
	Всего	По семестрам

		№ семестра 4
Аудиторные занятия	64	64
В том числе: лекции	32	32
практические	32	32
лабораторные		
Самостоятельная работа	44	44
Форма промежуточной аттестации (зачет – 0 час./экзамен – <u>36</u> час.)	36	36
Итого:	144	144

13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
1. Лекции		
1.1	Простейшая задача вариационного исчисления.	Теорема Ферма для функционала в линейном нормированном пространстве. Первая вариация. Уравнение Эйлера. Лемма Лагранжа. Частные случаи уравнения Эйлера. Задача о брахистохроне. Теорема Дю-Буа-Реймона. Гладкость экстремали в простейшей задаче вариационного исчисления.
1.2	Условия экстремума в простейшей задаче вариационного исчисления	Условие Лежандра. Усиленное условие Лежандра. Уравнение Якоби. Вторая вариация. Теоремы Штурма. Условие, эквивалентное условию Якоби. Достаточные условия экстремума.
1.3	Задачи математического программирования	Выпуклые множества и функции, примеры. Правило множителей Лагранжа. Экстремум линейного функционала на множестве в конечномерном пространстве. Выпуклая комбинация и выпуклая оболочка множества. Лемма Каратеодори. Теоремы отделимости выпуклых множеств. Выпуклые конусы. Сопряженные конусы и их свойства. Теорема Дубовицкого - Милютина. Конусы внутренних и предельных направлений и основное необходимое условие оптимальности.
1.4	Задачи линейного программирования	Графический метод решения задач линейного программирования. Базисные решения и крайние точки линейного многогранного множества. Существование оптимального базисного решения. Необходимые и достаточные условия разрешимости задачи линейного программирования. Симплексная таблица. Элементарные преобразования базиса и симплексной таблицы. Алгоритм симплекс-метода с использованием симплексных таблиц. Поиск начального базисного допустимого решения. Конечность симплекс-метода и вырожденность задачи линейного программирования. Двойственные задачи

01	Простейшая задача вариационного исчисления.	6	6	0	8	7	27
02	Условия экстремума в простейшей задаче вариационного исчисления	8	8	0	8	7	31
03	Задачи математического программирования	4	4	0	8	7	23
04	Задачи линейного программирования	8	8	0	12	8	36
05	Задачи нелинейного программирования	6	6	0	8	7	27
	Итого:	32	32	0	44	36	144

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как лекции, практические занятия, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся.

Методические указания к лекционным занятиям

В ходе лекционных занятий необходимо вести конспектирование учебного материала. Обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации. Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений. Задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций.

Методические рекомендации студентам к практическим занятиям

Важной составной частью учебного процесса в вузе являются практические занятия. Практические занятия требуют помимо знаний теоретического материала еще и навыков решения практических задач, и помогают студентам глубже усвоить учебный материал, приобрести практические навыки и навыки творческой работы над учебной и научной литературой.

В начале практического занятия происходит обсуждение задач, решенных студентами самостоятельно дома. Это возможность для студентов еще раз обратить внимание на непонятные до сих пор моменты и окончательно разобрать их. Преподаватель может (выборочно) проверить записи с самостоятельно решенными задачами.

Затем начинается опрос по теме, обозначенной для данного практического занятия. В процессе этого опроса студенты под руководством преподавателя более глубоко осмысливают теоретические положения по теме занятия.

На практическом занятии каждый его участник должен быть готовым к ответам на все теоретические вопросы, поставленные в плане, проявлять максимальную активность при их рассмотрении. Ответы должны строиться свободно, убедительно и аргументировано. Преподаватель следит, чтобы ответы были точными, логично построенными и не сводились к чтению конспекта. Необходимо, чтобы выступающий проявлял глубокое понимание того, о чем он говорит, сопоставлял теоретические знания (определений, теорем, утверждений и т.д.) с их практическим применением для решения

задач, был способен привести конкретные примеры тех математических объектов и положений, о которых рассуждает теоретически.

В ходе обсуждения теоретического материала могут разгореться споры, дискуссии, к участию в которых должен стремиться каждый. Преподавателю необходимо внимательно и критически слушать, подмечать особенности в суждениях студентов, улавливать недостатки и ошибки, корректировать их знания, и, если нужно, выступить в роли рефери. При этом обратить внимание на то, что еще не было сказано, или поддержать и развить интересную мысль, высказанную выступающим студентом.

В заключение опроса преподаватель, еще раз кратко резюмирует теоретический материал, необходимый для решения задач. Также преподаватель может (выборочно) проверить конспекты студентов и, если потребуется, внести в них исправления и дополнения,

Затем приступают к решению практических задач, используя изученные теоретические положения.

Планы практических занятий, их тематика, рекомендуемая литература, цель и задачи ее изучения сообщаются преподавателем на вводных занятиях или в методических указаниях по данной дисциплине.

Методические рекомендации студентам к самостоятельной работе

Среди основных видов самостоятельной работы студентов выделяют следующие: подготовка к лекциям, семинарским и практическим занятиям, зачетам и экзаменам, презентациям и докладам; написание рефератов, выполнение лабораторных и контрольных работ, участие в научной работе. Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности и уровня умений студентов.

Студентам необходимо обратить особое внимание на самостоятельное изучение рекомендованной учебно-методической (а также научной) литературы. Самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной литературой, материалами периодических изданий и Интернета, статистическими данными является наиболее эффективным методом получения знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала, формирует у студентов свое отношение к конкретной проблеме.

Курс дисциплины построен таким образом, чтобы позволить студентам максимально проявить способность к самостоятельной работе. Для успешной самостоятельной работы предполагается тесный контакт с преподавателем.

Изучение дисциплины следует начинать с проработки настоящей рабочей программы, особое внимание, уделяя целям и задачам, структуре и содержанию курса.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах : учебное пособие / А.Б. Васильева [и др.] .— Изд. 3-е, испр. — СПб ; М. ; Краснодар : Лань, 2010 .
2	Морс М. Вариационное исчисление в целом / М. Морс ; пер. с англ. Л.Б. Вертгейма ; под ред. И.А. Тайманова .— М. ; Ижевск : Институт компьютерных исследований : Регулярная и хаотическая динамика, 2010 .
3	Акулич И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах :

	учебное пособие / И.Л. Акулич .— Изд. 3-е, стер. — Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2011 .
4	Аттетков А.В. Методы оптимизации : учебное пособие : [для студ. высш. учеб. заведений] / А.В. Аттетков, В.С. Зарубин, А.Н. Канатников .— Москва : РИОР : ИНФРА-М, 2013 .
5	Васильев Ф.П. Методы оптимизации : [учебник для студ. вузов, обуч. по специальности ВПО 010501 "Прикладная математика и информатика"] : [в 2 ч.] / Ф.П. Васильев .— Москва : Изд-во МЦНМО, 2011.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	Покорный Ю.В. Оптимальные задачи : [учебное пособие] / Ю.В. Покорный .— М. ; Ижевск : Регуляр. и хаотич. динамика : Ин-т компьютер. исслед., 2008 .
2	Покорный Ю.В. Краткий курс математической теории оптимальных задач / Ю.В. Покорный. — Воронеж : ОАО "Центрально-Черноземное издательство", 2007.
3	Понтрягин Л.С. Принцип максимума в оптимальном управлении / Л.С. Понтрягин. - М. : Наука, 1989.
4	Ахиезер Н.И. Лекции по вариационному исчислению / Н.И. Ахиезер. - М. : Гостехиздат, 1955.
5	Галлеев Э.М. Краткий курс теории экстремальных задач / Э.М. Галлеев, В.М. Тихомиров. - М. : Изд-во МГУ, 1989.
6	Гельфанд И.М. Вариационное исчисление / И.М. Гельфанд, С.В. Фомин. - М. : Физматлит, 1961.
7	Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление : учебник для физ. и физ.-мат. фак. ун-тов / Л. Э. Эльсгольц . - 4-е изд. - М. : Эдиториал УРСС, 2000.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)*:

№ п/п	Ресурс
1	http://www.lib.vsu.ru - электронный каталог ЗНБ ВГУ
2	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»
3	Электронный курс https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=9814
4	Google, Yandex, Rambler

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	Покорный Ю.В. Краткий курс математической теории оптимальных задач. / Ю.В. Покорный. — Воронеж : ОАО "Центрально-Черноземное издательство", 2007.
2	Дидактический материал по методам оптимизации / Ю.В. Покорный [и др.] .— Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2007 .— 25 с.
3	Дидактический материал по вариационному исчислению / Ю.В. Покорный [и др.] .— Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2007 .— 28 с.
4	Положение об организации самостоятельной работы обучающихся в

17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)

Дисциплина может реализовываться с применением дистанционных образовательных технологий, например, на платформе «Электронный университет ВГУ». <https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=9814>

Перечень необходимого программного обеспечения :

Microsoft Windows Server 2008, Microsoft Windows 10 Enterprise 64 bit, Android, Microsoft Visual Studio, Microsoft SQL Server Express, Microsoft Visual C++, Microsoft Web Deploy, MySQL Connector Net, DrWeb, Lazarus, Free Pascal, Java 8, NetBeans IDE, VMware Player, Oracle VM VirtualBox, Python 2/3, LibreOffice 6 (*Writer (текстовый процессор), Calc (электронные таблицы), Impress (презентации), Draw (векторная графика), Base (база данных), Math (редактор формул)*), MATLAB, Deductor Academic, Gimp, Inkscape, MiKTeX, TeXstudio, Denwer, AnyLogic PLE, 1С: Предприятие 8 (*учебная версия*), Maxima, Total Commander, WinDjView, Foxit Reader, 7-Zip, Mozilla Firefox, Vliss

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Специализированная мебель.

Для проведения лекционных и практических занятий используются аудитории, соответствующие действующим санитарно-техническим нормам и противопожарным правилам.

Для самостоятельной работы используются классы с компьютерной техникой, оснащенные необходимым программным обеспечением, электронными учебными пособиями и законодательно-правовой и нормативной поисковой системой, имеющей выход в глобальную сеть, читальные залы библиотеки.

При реализации дисциплины с использованием дистанционного образования возможны дополнения материально-технического обеспечения дисциплины.

19. Фонд оценочных средств:

19.1. Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения

Код и содержание компетенции (или ее части)	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции)	Этапы формирования компетенции (разделы (темы) дисциплины или модуля и их наименование)	ФОС* (средства оценивания)

	посредством формирования знаний, умений, навыков)		
ОПК-3.9 Использует математические методы методов оптимизации при решении задач профессиональной деятельности	<p>Знать основные определения, понятия и идеи изучаемых разделов курса.</p> <p>Уметь применять математический аппарат для решения поставленных задач.</p> <p>Владеть основными терминами и утверждениями, полученными в области изучаемого курса.</p>	1-5	КИМ (экзамен), КИМ (Контрольная работа)
Промежуточная аттестация		КИМ (Экзамен)	

19.2 Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Фрагментарные знания или отсутствие знаний и умений. Обучающийся не владеет основами учебно-программного материала. Студент допустил принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий.	-	«Неудовлетворительно»
обучающийся показывает свой общекультурный уровень, в основном знает предмет учебной дисциплины, знает основные определения и термины, имеет определенные знания предмета, практические задания решить не может, также не может привести доказательства.	Пороговый	"Удовлетворительно"
обучающийся показывает свой интеллектуальный и общекультурный уровень, твердо знает предмет учебной	Достаточный	"Хорошо"

дисциплины, логично излагает изученный материал, умеет применять теоретические знания для решения практических задания, на вопросы билеты получены полные и верные ответы, приведено доказательство, но есть небольшие неточности в формулировках и затруднения при ответе на дополнительные вопросы		
обучающийся показывает высокий интеллектуальный и общекультурный уровень, глубокое и всестороннее знание предмета, на все вопросы билета даны правильные исчерпывающие ответы, приведены доказательства обучающийся аргументировано и логично излагает материал, правильно решает все предложенные практические задания; дополнительные вопросы не вызывают затруднений	Повышенный	"Отлично"

19.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

19.3.1 Перечень вопросов к экзамену

1. Абстрактная теорема Ферма.
2. Простейшая задача вариационного исчисления. Уравнение Эйлера.
3. Лемма Лагранжа.
4. Первые интегралы в частных случаях уравнения Эйлера.
5. Задача о брахистохроне (с решением.)
6. Теорема и лемма Дю-Буа-Реймона.
7. Гладкость экстремалей.
8. Вторая вариация. Теорема о знаке второй вариации. Вторая вариация в простейшей задаче вариационного исчисления.
9. Теорема Лежандра.
10. Теорема Лежандра-Лагранжа.
11. Условие Якоби.
12. Неосцилляция уравнения Якоби.
13. Теорема Штурма.
14. Теорема о неосцилляции (об эквивалентных условиях).
15. Усиленная теорема Якоби.
16. Достаточное условие слабого экстремума.
17. Лемма об оценке «хвоста».
18. Теорема об экстремуме линейного функционала.
19. Выпуклая оболочка. Теорема о выпуклой оболочке.
20. Критерий выпуклости.
21. Теорема о достижении экстремума в крайней точке.

22. Задачи линейного программирования.
23. Задачи целочисленного линейного программирования.
24. Алгоритм симплексного метода.
25. Двойственные задачи линейного программирования.
26. Теоремы отделимости выпуклых множеств.
27. Конусы и основное необходимое условие оптимальности.
28. Необходимое условие Куна-Таккера.
29. Задачи выпуклого программирования.
30. Субградиенты выпуклых функций. Седловые точки функции Лагранжа.
31. Методы нахождения приближенных решений задач нелинейного программирования.

Образцы КИМ-ов к экзамену

Контрольно-измерительный материал № 1

Теория:

1. Задача Больца.
2. Алгоритм симплексного метода.

Практика:

1. Выпишите первую вариацию функционала $\Phi(u) = \int_0^1 \frac{(x^2 + 1)u'^2}{2} dx - \int_0^1 u dx$, заданного на пространстве функций $C^1[0,1]$, удовлетворяющих условиям $u(0)=0$, $u(1)=0$.

2. Решите задачу $L = 16x_1 + 9x_2 \rightarrow \max$ при ограничениях

$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 \leq 6, \\ x_1 + 3x_2 \leq 6, \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0. \end{cases}$$

x_1 и x_2 – целые.

3. Решите симплексным методом

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 \rightarrow \max \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 \leq 2 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 \leq 12 \\ 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 2x_4 \leq 6 \\ x_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, 4. \end{cases}$$

19.3.4 Перечень заданий для контрольных работ

Контрольная работа №1

Задание 1.

Найдите допустимые экстремали :

$$\Phi(x) = \int_0^1 (e^x x'^2) dt \quad x(0) = 0, \quad x(1) = \ln 4$$

Задание 2.

Исследуйте на слабый экстремум

$$\int_0^1 (x'^2 + 9x^2) dt \quad x(0) = x(1) = 0$$

Контрольная работа №2

1. Решите симплексным и графическим методом

$$L = 4x_2 \rightarrow \min \quad \text{при ограничениях} \quad \begin{cases} 3x_1 + 5x_2 \leq 18, \\ 2x_1 - x_2 \geq 0, \\ 5x_1 - 3x_2 \leq 15 \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0. \end{cases}$$

2. Решить транспортную задачу, заданную таблицей

	30	25
15	1	1
35	3	2
20	4	5

19.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Текущий контроль это одна из составляющих оценки качества освоения образовательных программ, направленный на проверку знаний, умений и навыков обучающихся. Текущий контроль осуществляется по ходу обучения и дает возможность определить степень сформированности знаний, умений, навыков, а также их глубину и прочность.

Цель текущего контроля: обеспечение оперативной обратной связи и определение фактического уровня знаний, умений и навыков обучающихся по конкретной дисциплине учебного плана в процессе его обучения.

Задачи текущего контроля:

- повышение качества и прочности знаний студентов;
- приобретение и развитие навыков самостоятельной работы;
- повышение академической активности студентов;
- обеспечение оперативного управления учебной деятельностью в течение семестра.

Текущий контроль проводится в течение семестра по итогам выполнения контрольных работ, участия в практических занятиях, коллоквиумах, участия в тестировании, подготовке докладов, выполнении курсовых работ и т.д. Текущий контроль успеваемости студентов является постоянным, осуществляется в течение семестра, в ходе повседневной учебной работы (формы и виды текущего контроля успеваемости студентов определяются учебными планами).

По курсу «Методы оптимизаций» планируются следующие виды текущего контроля: устный опрос, контрольная работа.

В ходе контрольной работы обучающемуся выдается КИМ с практическими заданиями и задается ограничение по времени 90 минут.

Если текущая аттестация проводится в дистанционном формате, то обучающийся должен иметь компьютер и доступ в систему «Электронный университет». Если у обучающегося отсутствует необходимое оборудование или доступ в систему, то он обязан сообщить преподавателю об этом за 2 рабочих дня.

При организации текущего контроля уровень освоения учебной дисциплины и степень сформированности компетенций могут быть определены как среднее по результатам контрольных работ и устных ответов. Каждая контрольная работа оценивается по пятибалльной системе, если в итоге средний балл составляет не менее 3 баллов выставляется оценка «зачтено».

Промежуточная аттестация это определение и оценка уровня знаний студента за определенный период обучения. Кроме оценки уровня знаний процедура аттестации предполагает на основе анализа текущей успеваемости и отношения к учебной работе оценку ряда личных качеств студента.

Промежуточная аттестация по дисциплине «Методы оптимизаций» проводится в форме экзамена.

Промежуточная аттестация осуществляется в конце семестра. Результаты текущей аттестации обучающегося учитываются при проведении промежуточной аттестации. При несогласии студента с результатами текущей аттестации ему дается возможность пройти промежуточную аттестацию на общих основаниях.